



UNIVERSITAS  
GADJAH MADA

# FUZZY LOGICS AND ITS APPLICATIONS

Sri Mulyana

Program Studi Ilmu Komputer

Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Gadjah Mada



Dipresentasikan pada:

**WEBINAR SERIES #1**

Laboratorium SISTEM CERDAS

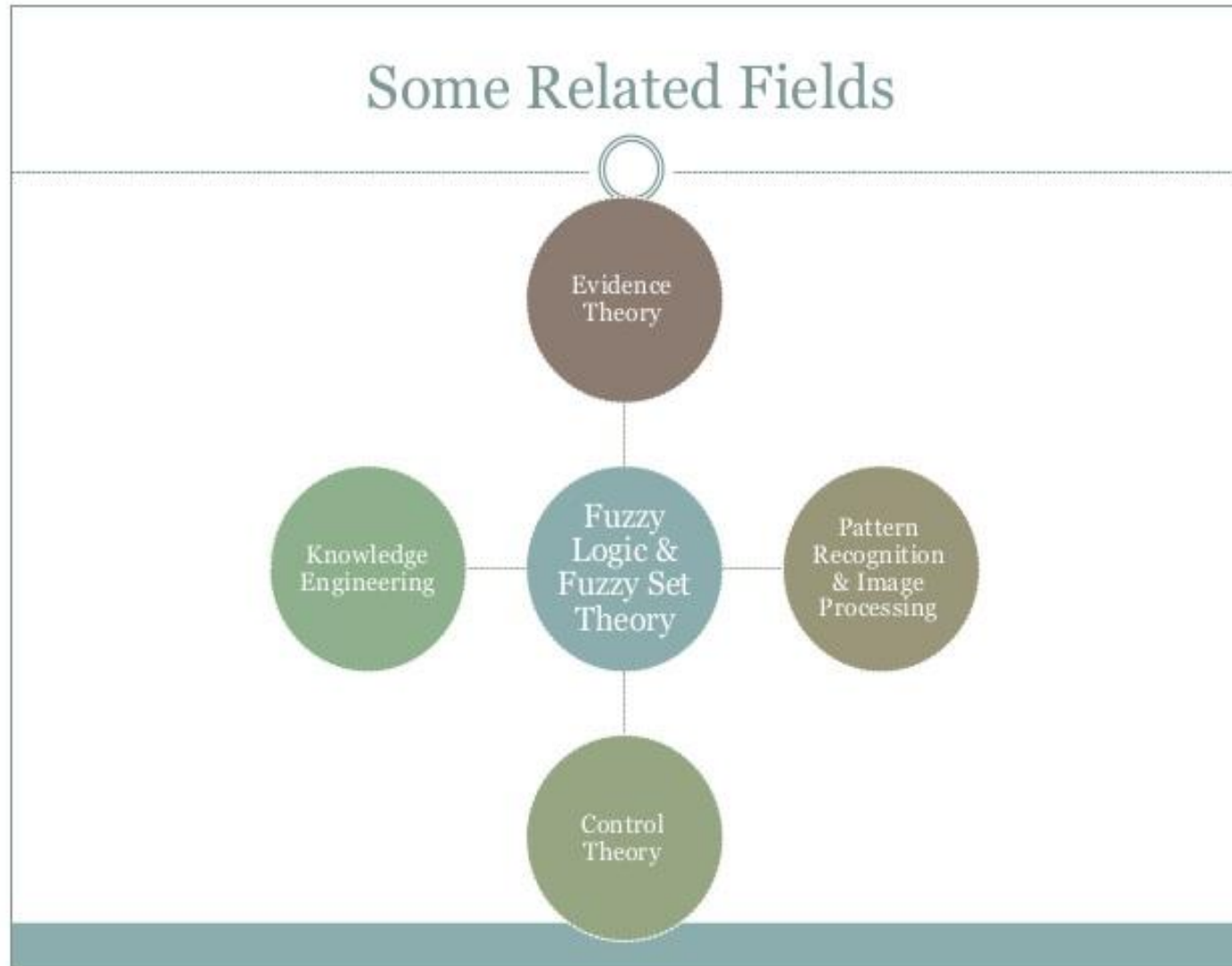
Departemen Ilmu Komputer dan Elektronika

Fakultas MIPA – UGM

Yogyakarta, 3 Juli 2020



- Istilah **fuzzy** dapat dimaknai sebagai hal-hal yang tidak jelas, samar atau kabur.
- Dalam kehidupan nyata, sering ditemukan situasi di mana kita tidak dapat memutuskan apakah pernyataan itu benar atau salah.
- Pada situasi seperti itu, **logika fuzzy** menawarkan konsep yang sangat berharga untuk melakukan penalaran.
- **Logika fuzzy** dikembangkan berdasarkan teori Himpunan fuzzy.
- **Algoritma logika fuzzy** dapat membantu menyelesaikan masalah dengan mempertimbangkan semua data yang membutuhkan keputusan berdasarkan input yang diberikan.
- Metode **Logika fuzzy** meniru cara pengambilan keputusan oleh manusia yang mempertimbangkan semua kemungkinan antara nilai kebenaran TRUE dan FALSE.



- Salah satu konsep **logika fuzzy** yang banyak dimanfaatkan dalam aplikasi berbasis fuzzy adalah **Fuzzy Inference System (FIS)**, yaitu sistem untuk penarikan kesimpulan dari sejumlah aturan fuzzy (*Fuzzy Rule Based*).
- Untuk hal ini perlu diingat kembali konsep **ATURAN FUZZY** (*Fuzzy Rule*)

## Aturan Fuzzy

IF *<proposisi fuzzy>* THEN *<proposisi fuzzy>*

*<proposisi fuzzy>* dapat berupa:

- Proposisi atomic (tunggal).  
Misalnya:  $X \text{ is } A \rightarrow \mu_A(x)$
- Proposisi majemuk: AND (t-norm), OR (S-norm), NOT (complement)  
Misalnya:
  - $x \text{ is } A \text{ and } y \text{ is } B \rightarrow A \cap B \rightarrow \mu_{A \cap B}(x, y) = t(\mu_A(x), \mu_B(y))$
  - $x \text{ is } A \text{ or } y \text{ is } B \rightarrow A \cup B \rightarrow \mu_{A \cup B}(x, y) = S(\mu_A(x), \mu_B(y))$

## Interpretasi Aturan Fuzzy (*Fuzzy Implikasi*)

- Bentuk umum aturan fuzzy:

**IF <FP1> THEN <FP2>**

- Beberapa interpretasi aturan fuzzy:

1. Implikasi Dienes – Rescher

$$\mu_{QD}(x, y) = \max[1 - \mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y)]$$

2. Implikasi Lukasiewicz

$$\mu_{QL}(x, y) = \min[1, 1 - \mu_{FP1}(x) + \mu_{FP2}(y)]$$

3. Implikasi Zadeh

$$\mu_{QZ}(x, y) = \max[\min(\mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y)), (1 - \mu_{FP1}(x))] ]$$

4. Implikasi Godel

$$\mu_{QG}(x, y) = \begin{cases} 1 & , \mu_{FP1}(x) \leq \mu_{FP2}(y) \\ \mu_{FP2}(y) & , \text{yang lain} \end{cases}$$

5. Implikasi Mamdani

- Minimum (Min)

$$\mu_{QM}(x, y) = \min(\mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y))$$

- Product

$$\mu_{QM}(x, y) = \mu_{FP1}(x) \circ \mu_{FP2}(y)$$

## Prinsip dasar inferensi pada logika Fuzzy

1. GMP (*Generalized Modus Ponens*)
2. GMT (*Generalized Modus Tollens*)
3. GHS (*Generalized Hypothetical Syllogism*)

### 1. GMP (*Generalized Modus Ponens*)

Premis 1 :  $x$  is  $A'$

Premis 2 : IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$

Conclusion :  $y$  is  $B'$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} t(\mu_{A'}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x, y))$$

### 2. GMT (*Generalized Modus Tollens*)

Premis 1 :  $y$  is  $B'$

Premis 2 : IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$

Conclusion :  $x$  is  $A'$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \in V} t(\mu_{B'}(y), \mu_{A \rightarrow B}(x, y))$$

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## 3. GHS (*Generalized Hypothetical Syllogism*)

Premis 1 : *IF x is A THEN y is B*

Premis 2 : *IF y is B' THEN z is C*

Conclusion : *IF x is A THEN z is C'*

$$\mu_{A \rightarrow C'}(x, z) = \sup_{y \in V} t(\mu_{A \rightarrow B}(x, y), \mu_{B' \rightarrow C}(y, z))$$



# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)

## BASIS ATURAN FUZZY (*Fuzzy Rule Based*)

- Yaitu himpunan aturan fuzzy yang secara bersama-sama (simultan) membangun sebuah sistem, dengan bagian anteseden mempunyai variabel2 yang sama, dan konsekuen juga mempunyai variabel yang sama
  - $FR^1: \tilde{x} \text{ is } \tilde{A}^1 \Rightarrow y \text{ is } B^1$
  - $FR^2: \tilde{x} \text{ is } \tilde{A}^2 \Rightarrow y \text{ is } B^2$
  - $FR^3: \tilde{x} \text{ is } \tilde{A}^3 \Rightarrow y \text{ is } B^3$
- Sebuah Sistem Inferensi Fuzzy akan mencari/menemukan suatu kesimpulan (OUTPUT) berdasarkan data/fakta yang diberikan (INPUT) dan *Fuzzy Rule Based*.

## Catatan untuk BASIS ATURAN FUZZY

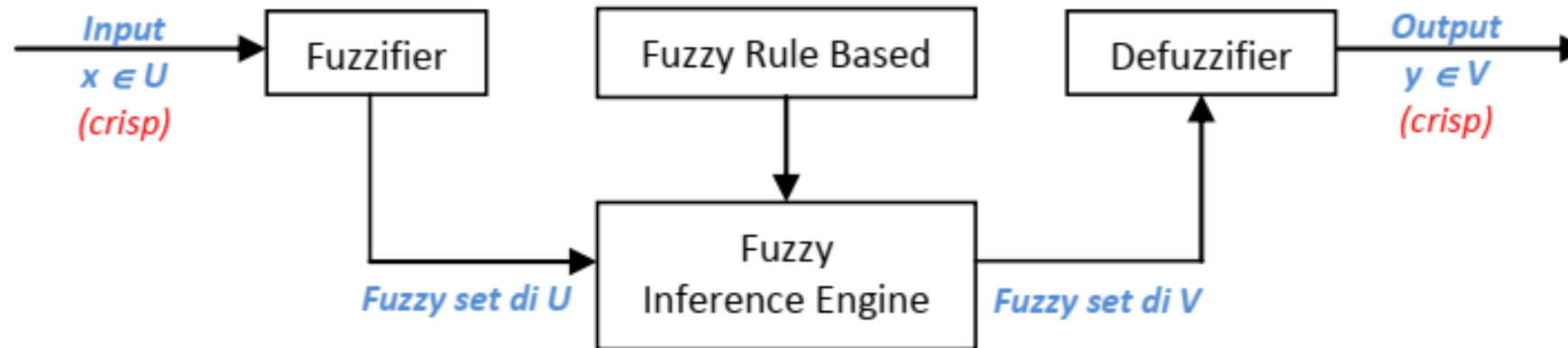
- **Completeness** (lengkap): Suatu himpunan Fuzzy IF THEN disebut lengkap jika ada paling sedikit 1 aturan dari basis aturan dimana  $\mu_{A_i}^l(x_i) \neq 0$ , untuk semua  $i = 1, 2, \dots, n$
- **Consistent**: Jika x-nya sama, maka y-nya tidak boleh beda



# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Struktur Sistem Inferensi Fuzzy



Dalam paparan ini dibahas Sistem Inferensi Fuzzy dengan:

1. Metode Mamdani
2. Metode Sugeno

*(Hakekatnya dapat dikembangkan dengan semua metode yang ada. Kedua metode tersebut menjadi populer karena operasinya yang sederhana)*

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Tahap-tahap dalam FIS:

1. Fuzzifikasi
2. Inferensi Fuzzy (Operasi logika fuzzy, Implikasi, Agregasi)
3. Defuzzifikasi

## Fuzzifikasi

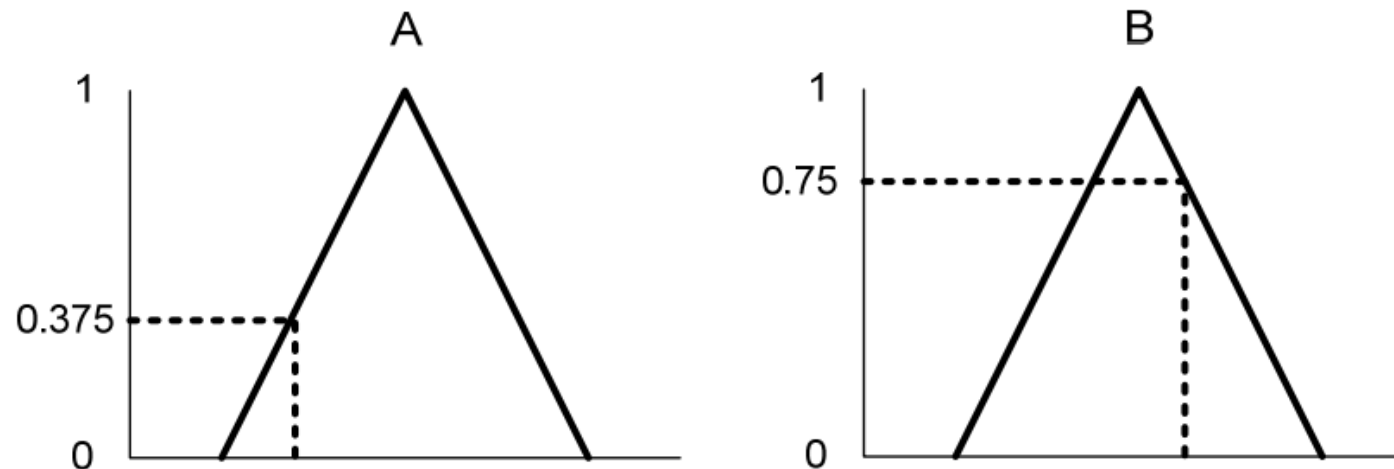
- Fuzzifikasi: proses merubah nilai crisp (skalar) menjadi HIMPUNAN FUZZY dengan fungsi keanggotaan. Dapat menggunakan metode:
  1. **Singleton**: merubah nilai crisp menjadi himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan fungsi singleton
  2. **Triangular**: merubah nilai crisp menjadi himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan berupa segitiga, biasanya sama kaki
  3. **Bell function (Gauss)**: merubah nilai crisp menjadi himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan berupa fungsi bell, biasanya sama kaki

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Operasi logika fuzzy

- Jika bagian antesenden dihubungkan oleh konektor **and**, **or**, dan **not**, maka derajat keanggotaannya dihitung menggunakan operator fuzzy yang bersesuaian/diinginkan.



Dalam contoh berikut dipilih operator standart → sederhana

var1 is A **or** var2 is B  $\Rightarrow \max(0.375, 0.75) = 0.75$

var1 is A **and** var2 is B  $\Rightarrow \min(0.375, 0.75) = 0,375$

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)

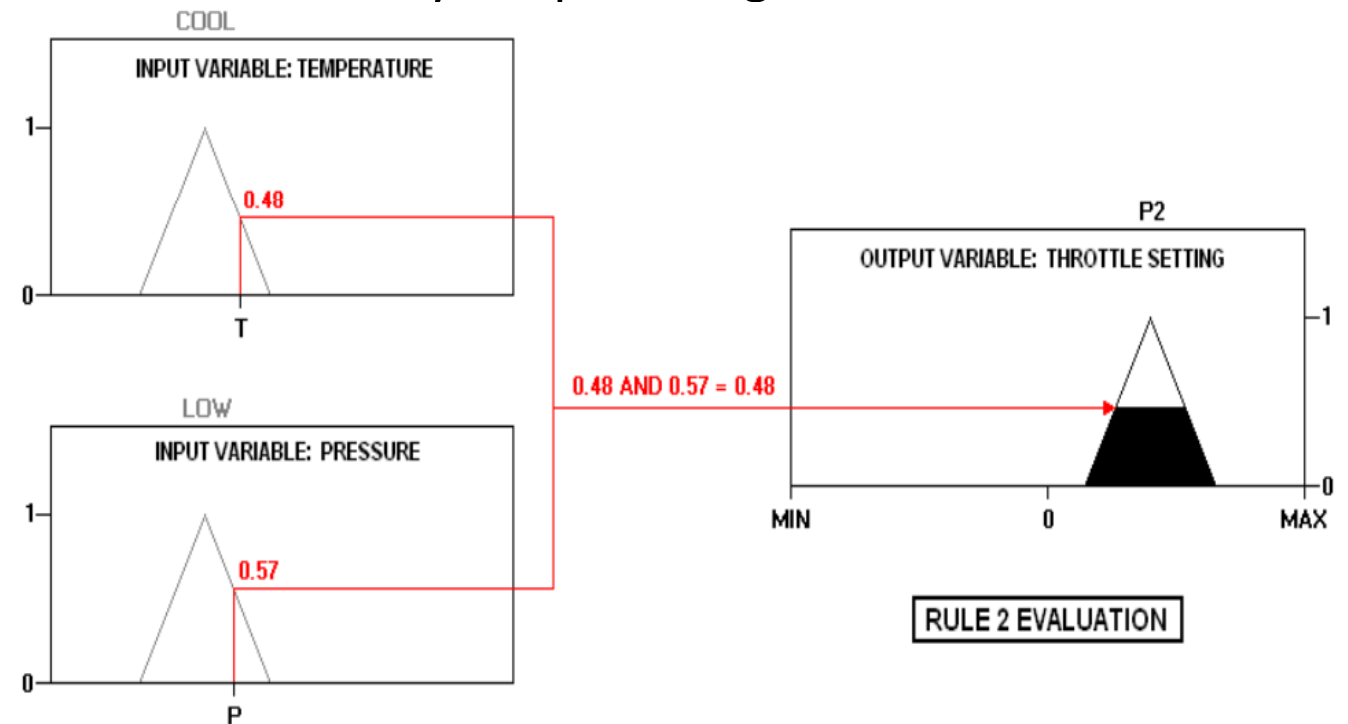


## Interpretasi Implikasi Fuzzy

- Proses mendapatkan luaran dari aturan fuzzy (fuzzy IF-THEN)
- Metode yang umum digunakan adalah metode Mamdani (dapat digunakan metode interpretasi implikasi fuzzy yang lain)
- Input: derajat keanggotaan bagian antesenden dan fuzzy set pada bagian konsekuen

Contoh:

**IF** temperature IS cool **AND** pressure IS low,  
**THEN** throttle is P2





## Agregasi atau Komposisi, ada 2 Cara:

### 1. Inferensi individual:

- Input diterapkan pada masing-masing aturan dengan Generalised Modus Ponens diperoleh  $y \text{ is } B_1^l$  dengan aturan ke- $l$ , maka kesimpulan gabungannya  $y \text{ is } B_1$  dengan fungsi keanggotaan sbb:
- $$\mu_{B_1}(y) = s(\mu_{B_1^1}(y), \mu_{B_1^2}(y), \mu_{B_1^3}(y), \dots)$$

### 2. Inferensi komposit:

- Aturan fuzzy digabungkan sehingga diperoleh gabungan aturan fuzzy dengan fungsi keanggotaan:
- $$\mu_{FR_{gab}}(\tilde{x}, y) = s(\mu_{FR^1}(\tilde{x}, y), \mu_{FR^2}(\tilde{x}, y), \mu_{FR^3}(\tilde{x}, y), \dots)$$
- Kemudian input diterapkan pada gabungan aturan fuzzy dengan Generalised Modus Ponens

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Metode Mamdani:

- Metode agregasi yang digunakan inferensi individual dan operator **max (OR)** terhadap semua luaran aturan fuzzy
- Karena dipilih fungsi **min** pada implikasi dan **max** pada agregasi, maka metode Mamdani disebut juga **metode MIN-MAX** (*min-max inferencing*)
- Misalkan terdapat  $n$  buah aturan dalam sistem fuzzy:

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1^k \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^k \text{ THEN } y^k \text{ is } B^k \quad k = 1, 2, \dots, n$$

yang dalam hal ini  $A_1^k$  dan  $A_2^k$  adalah himpunan fuzzy yang merepresentasikan pasangan antesenden ke- $k$ , dan  $B^k$  adalah himpunan fuzzy yang menyatakan konsekuen ke- $k$

- Dengan metode implikasi Mamdani, maka luaran untuk  $n$  buah aturan fuzzy diberikan oleh:

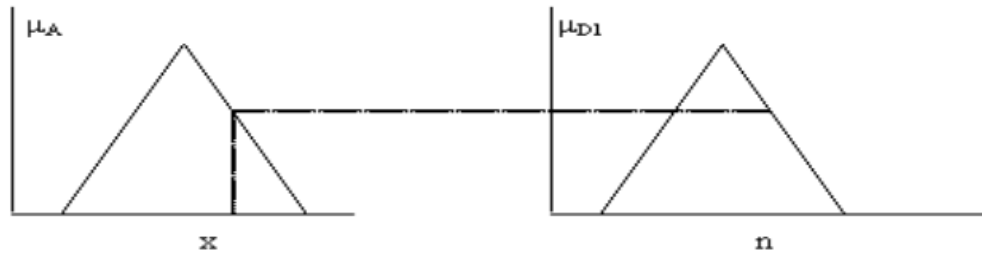
$$\mu_B(y) = \max_k [\min[\mu_{A_1^k}(\text{input}(i)), \mu_{A_2^k}(\text{input}(j))]] \\ k = 1, 2, \dots, n$$

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)

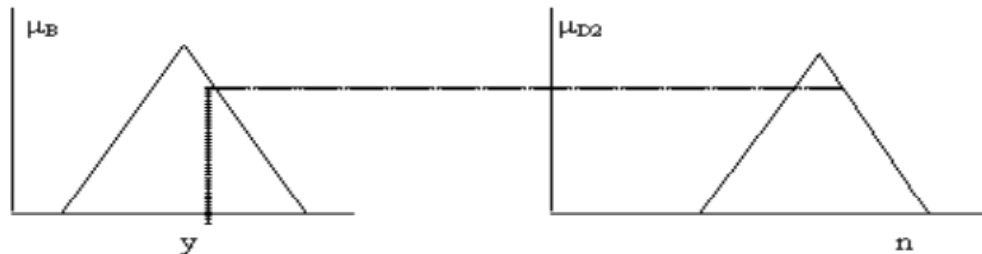


## Contoh-1: anteceden hanya 1 proposisi

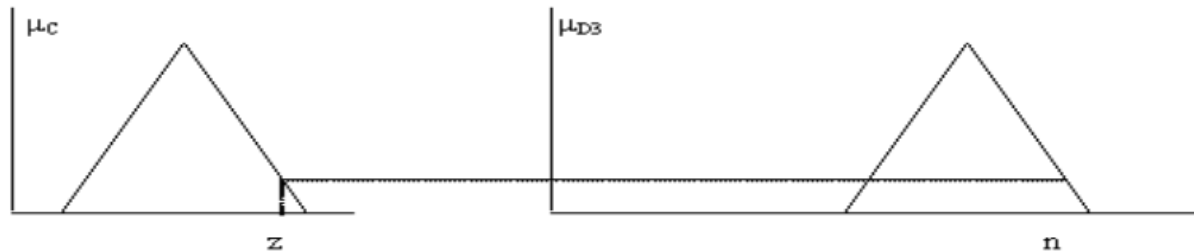
Kaidah 1: IF  $x$  is A THEN  $n$  is D1



Kaidah 2: IF  $y$  is B THEN  $n$  is D2



Kaidah 3: IF  $z$  is C THEN  $n$  is D3



Hasilnya:

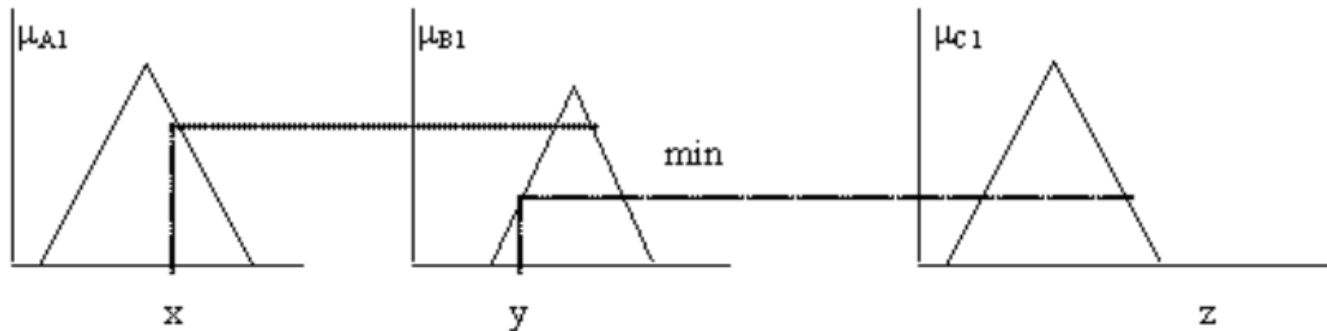




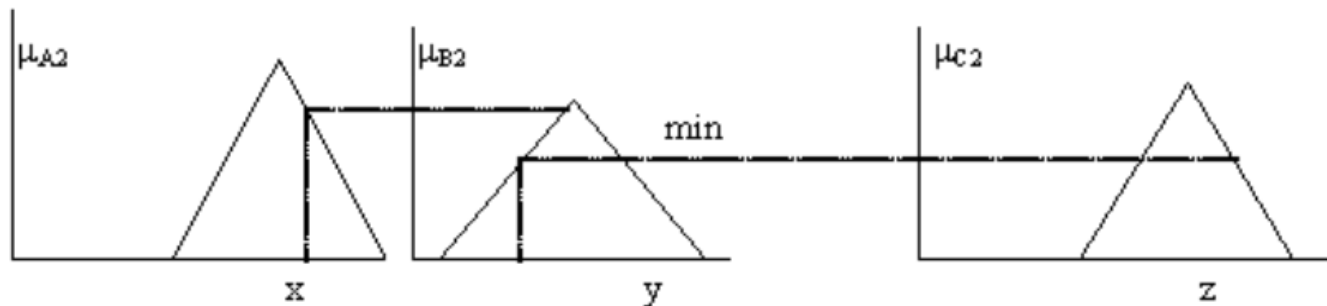
# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)

## Contoh-2: anteceden tersusun dari 2 proposisi

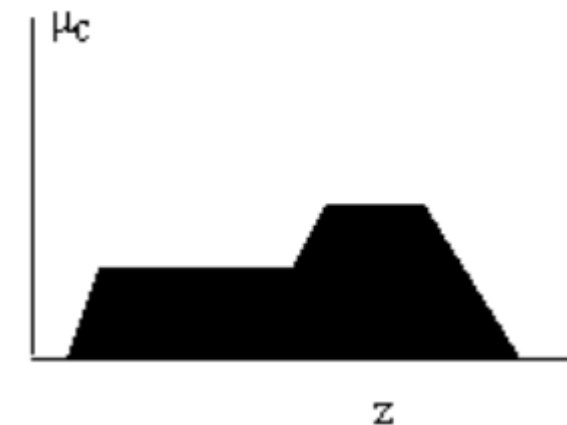
Kaidah 1: IF  $x$  is  $A_1$  AND  $y$  is  $B_1$  THEN  $z$  is  $C_1$



Kaidah 2: IF  $x$  is  $A_2$  AND  $y$  is  $B_2$  THEN  $z$  is  $C_2$



Hasilnya:





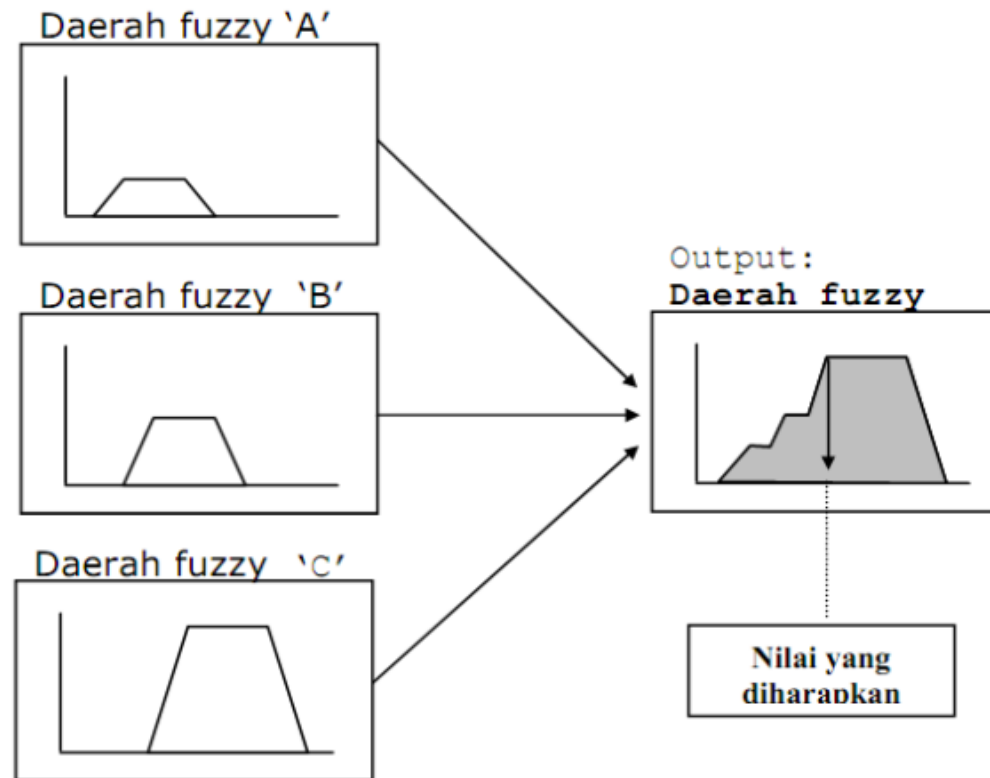
# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Defuzifikasi

- Defuzifikasi: proses memetakan besaran dari himpunan fuzzy ke bentuk nilai crisp, sebab sistem dibangun dengan besaran riil.

Sebagai ilustrasi →



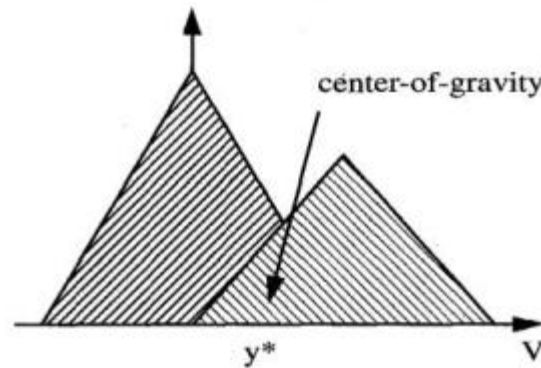
# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Metode Defuzzifikasi:

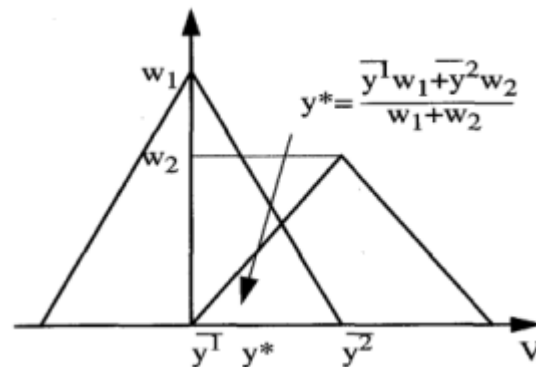
1. Center of gravity defuzzifier (centroid) :

$$y^* = \frac{\int_v \mu_{B'}(y) \cdot y \, dy}{\int_v \mu_{B'}(y) \, dy}$$

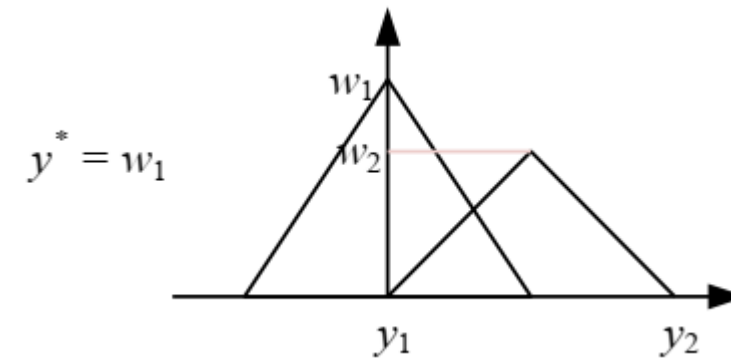


2. Center average

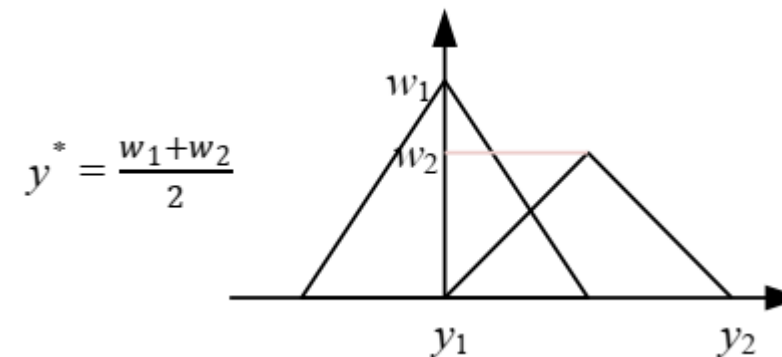
$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^m w_i}$$



3. Maximum membership principal (terlalu kasar, optimistic).  $\mu_{B'}(y^*) \geq \mu_{B'}(y), \forall y \in V$



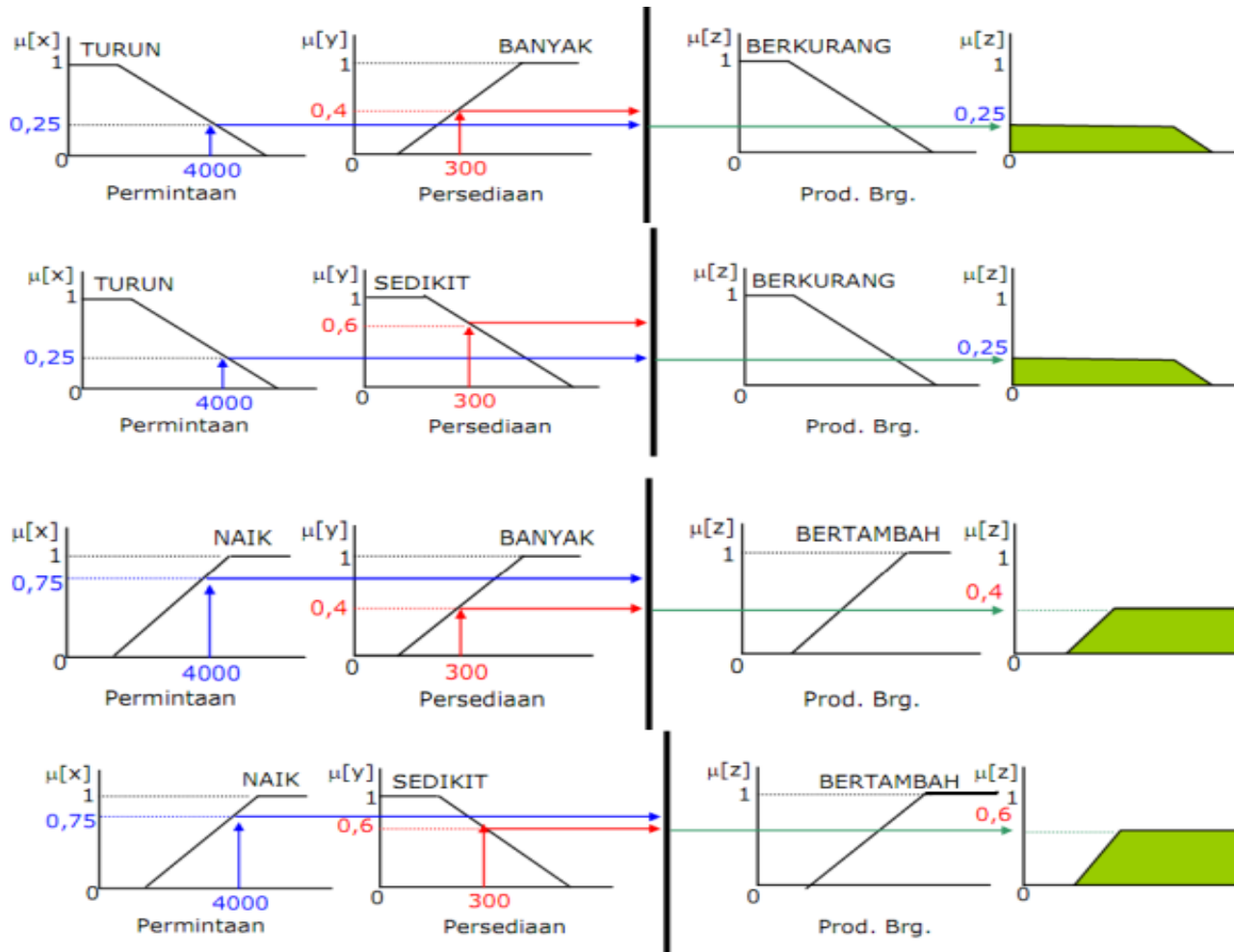
4. Min-Max membership (*middle of maxima*)



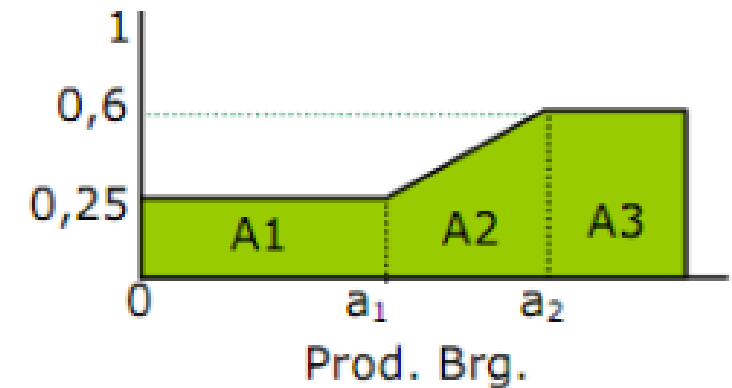
# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Contoh: Sistem Inferensi Fuzzy Mamdani (Kusumadewi dan Purnomo, 2004)



Hasilnya agregasi:



Dengan metode Centroid diperoleh nilai produksi : **4248**

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Metode Sugeno

- Metode Mamdani masih dirasa kurang efisien karena harus menghitung luas area di bawah kurva
- Dikembangkan Sistem Inferensi Fuzzy Metode Sugeno, yang diperkenalkan oleh **Takagi-Sugeno-Kang**
- Format aturan fuzzy Sugeno:

IF  $x$  is  $A$  AND  $y$  is  $B$  THEN  $z$  is  $f(x, y)$

dimana:

- $x$ ,  $y$  dan  $z$  adalah peubah linguistik
  - $A$  dan  $B$  adalah himpnan fuzzy
  - $f(x, y)$  adalah fungsi matematik
- Bentuk yang paling umum digunakan adalah model fuzzy Sugeno orde-nol:  
IF  $x$  is  $A$  AND  $y$  is  $B$  THEN  $z$  is  $k$ ,  $k$ =konstanta



**Michio Sugeno**

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Metode Sugeno

- Pada metode Sugeno, metode fuzzifikasi, operasi fuzzy, dan interpretasi implikasi sama seperti metode Mamdani (**Metode MIN\_MAX**)
- Perbedaannya hanya pada agregasi dan defuzzifikasi
- Jika pada metode Mamdani agregasi berupa daerah di bawah kurva, maka pada metode Sugeno agregasi berupa singleton-singleton
- Pada kasus model Sugeno orde-nol, output setiap aturan fuzzy adalah konstanta dan semua fungsi keanggotaan konsekuen dinyatakan dengan singleton spikes.

## Contoh: *Speed control*

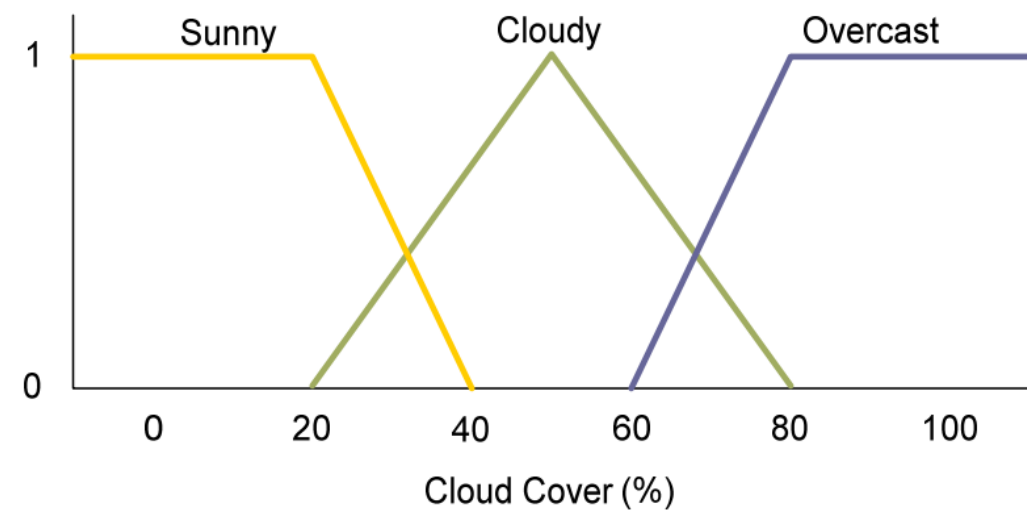
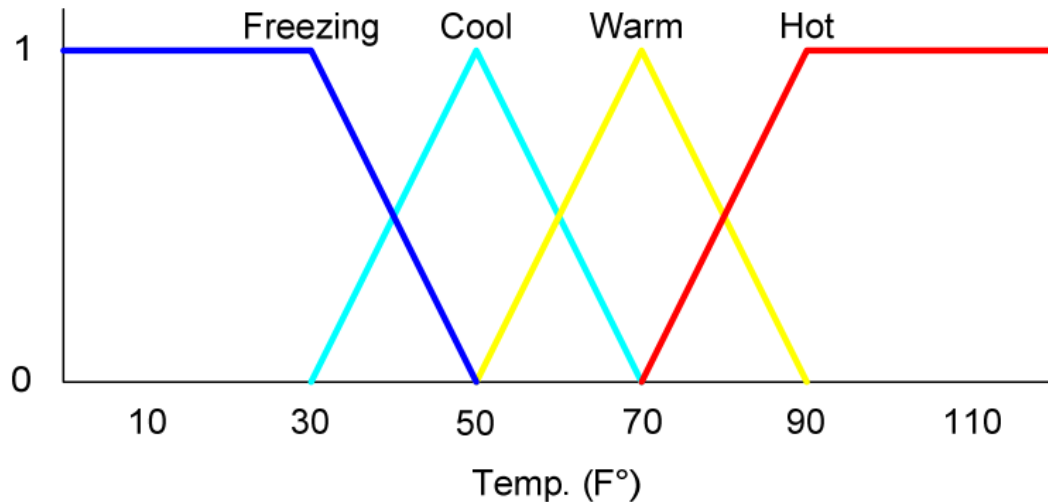
Seberapa cepat seseorang berkendara yang dipengaruhi oleh kondisi cuaca yaitu: temperatur (Temp) dan keadaan langit (Cover)

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



**Temp = {Freezing, Cool, Warm, Hot},**  
dengan membership function:

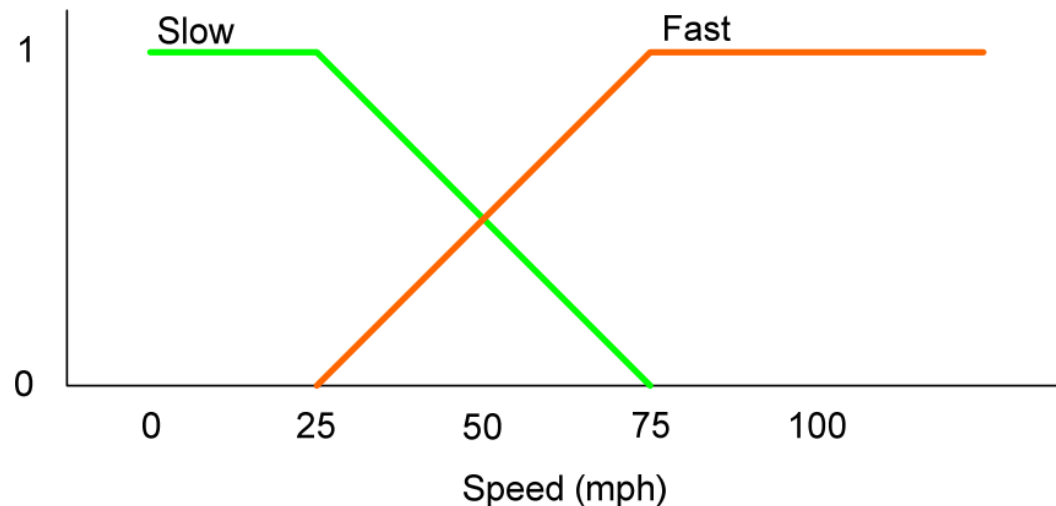
**Cover = {Sunny, Cloudy, Overcast},**  
dengan membership function:



# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



**Speed = {Slow, Fast}**, dengan membership function:



**Didefinisikan aturan fuzzy:**

1. If Cover is Sunny and Temp is Warm then speed is Fast  
 $Sunny(Cover) \wedge Warm(Temp) \Rightarrow Fast(Speed)$
2. If cover is Cloudy and Temp is Cool then speed is Slow  
 $Cloudy(Cover) \wedge Cool(Temp) \Rightarrow Slow(Speed)$

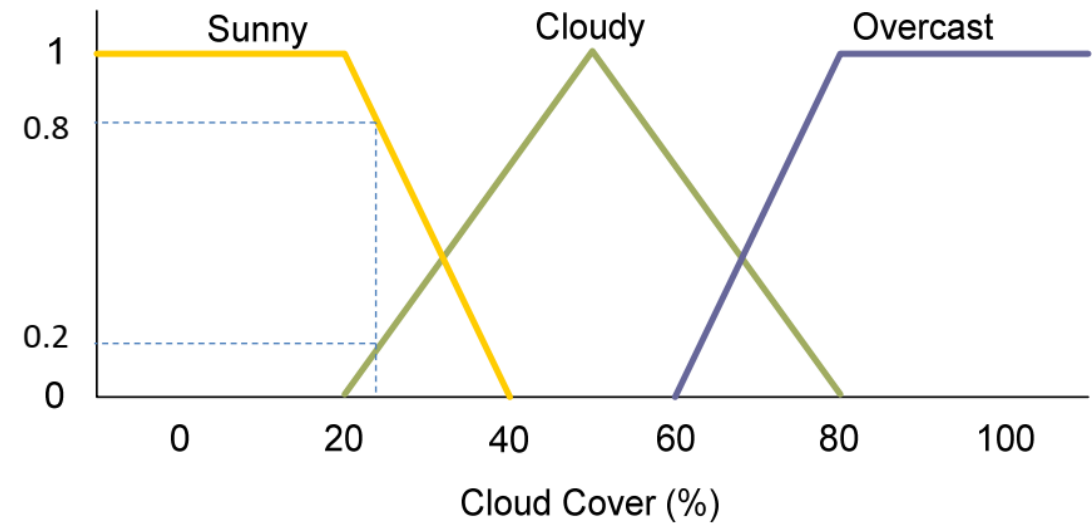
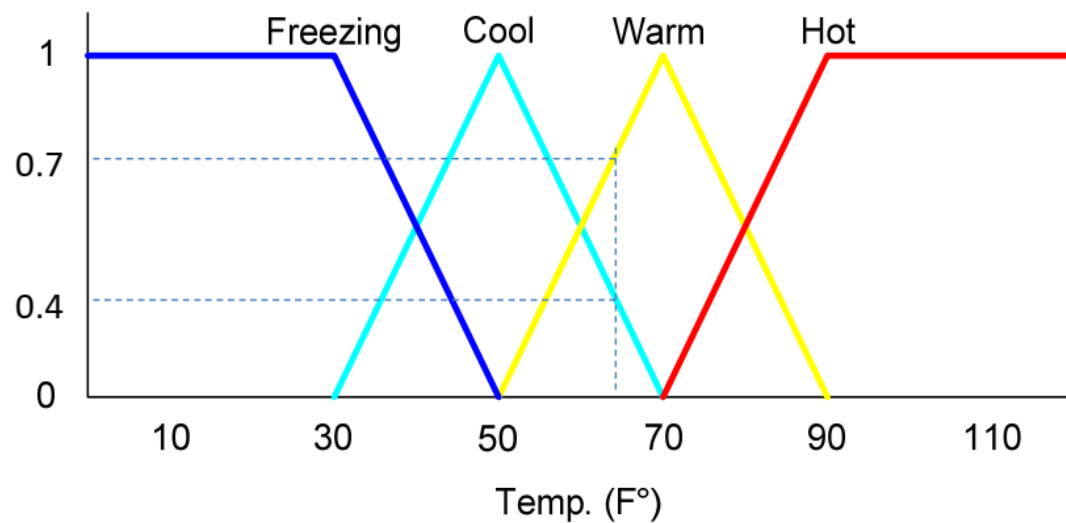
**Pertanyaan: seberapa cepat berkendara jika temperatur 65 F° dan langit 25% berawan?**

# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



- $65\text{ F}^\circ \Rightarrow \text{Cool} = 0.4, \text{Warm} = 0.7$

- $25\% \text{ berawan} \Rightarrow \text{Sunny} = 0.8, \text{Cloudy} = 0.2$



## Operasi fuzzy dan implikasi:

R1: If Cover is Sunny and temp is Warm then speed is Fast  $\rightarrow \min(0.8, 0.7) = 0.7 \rightarrow \text{Fast} = 0.7$

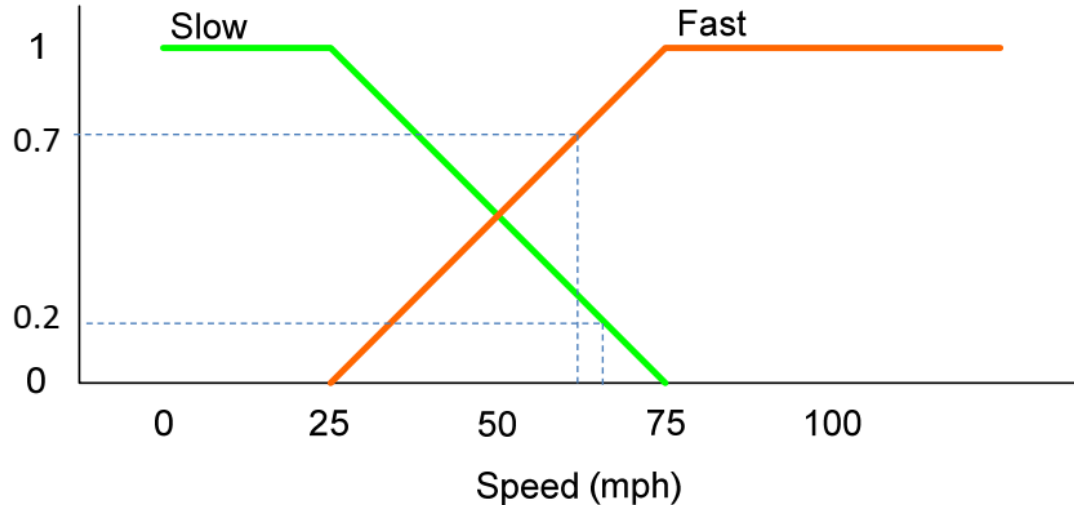
R2: If cover is Cloudy and temp is Cool then speed is Slow  $\rightarrow \min(0.2, 0.4) = 0.2 \rightarrow \text{Slow} = 0.2$



# SISTEM INFERENSI FUZZY (lanj...)



## Agregasi dan Defuzzifikasi



- Persamaan garis Fast melalui (25, 0) dan (75, 1)  $\rightarrow \mu(z) = 0.02(z - 25)$   
 $\rightarrow \mu(z) = 0.7 \quad z = 0.7/0.02 + 25 = 60$
- Persamaan garis Slow melalui (25, 1) dan (75, 0)  $\rightarrow \mu(z) = -0.02(z - 75)$   
 $\rightarrow \mu(z) = 0.2 \quad z = 0.2/(-0.02) + 75 = 65$

$$z^* = \frac{(0.7 \times 60) + (0.2 \times 65)}{0.2 + 0.7} = 61.1$$

**Jadi, kecepatan berkendara adalah 61 mph**

## Tahapan implementasi *FIS (Fuzzy Inference System)* pada Sistem kontrol:

1. Menentukan tujuan sistem kontrol dan kriteria yang dibutuhkan
  - Apa yang akan dikontrol?
  - Apa saja yang perlu dilakukan untuk melakukan control?
  - Bentuk respon apa yang diinginkan dari sistem?
2. Menentukan hubungan antara INPUT dan OUTPUT
  - Memilih seminimal mungkin cacah variable yang menjadi masukan FIS
3. Menggunakan struktur basis aturan fuzzy
  - Membagi permasalahan sistem kontrol menjadi beberapa aturan fuzzy
4. Membuat fungsi keanggotaan fuzzy
  - Menentukan makna (value) setiap linguistik pada Input/Output dari setiap aturan fuzzy
5. Melakukan pengujian dan evaluasi

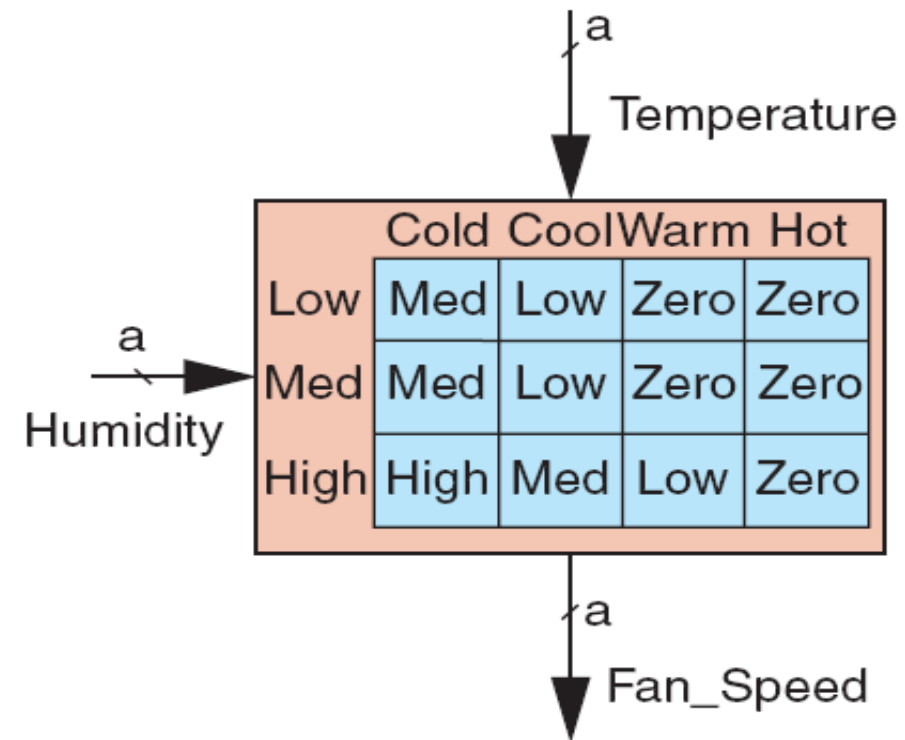
# SISTEM PENGONTROL SUHU



## Permasalahan:

- Pembuatan sistem yang mengatur perubahan kecepatan kipas pemanas, berdasarkan suhu dan kelembaban ruangan
- Sistem pengontrol suhu (linguistik tempertur) terbagi atas 4 himpunan fuzzy: **Cold, Cool, Warm, and Hot**
- Linguistik kelembaban, terbagi atas 3 himpunan fuzzy: **Low, Medium, and High**
- Linguistik mode kecepatan kipas, terbagi atas 3 himpunan fuzzy: **Low, Medium, and High**

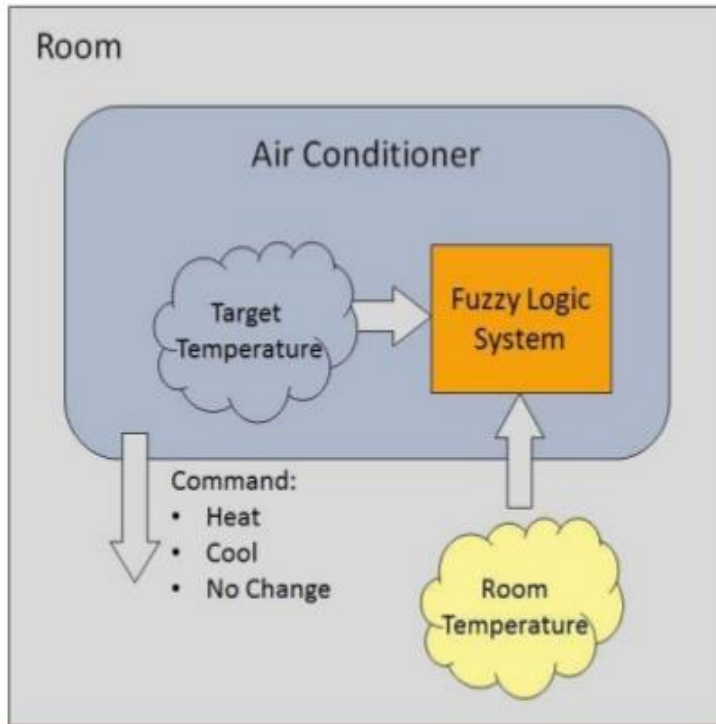
Berdasarkan variable linguistic tersebut, dapat disusun basis tauran fuzzy berikut:



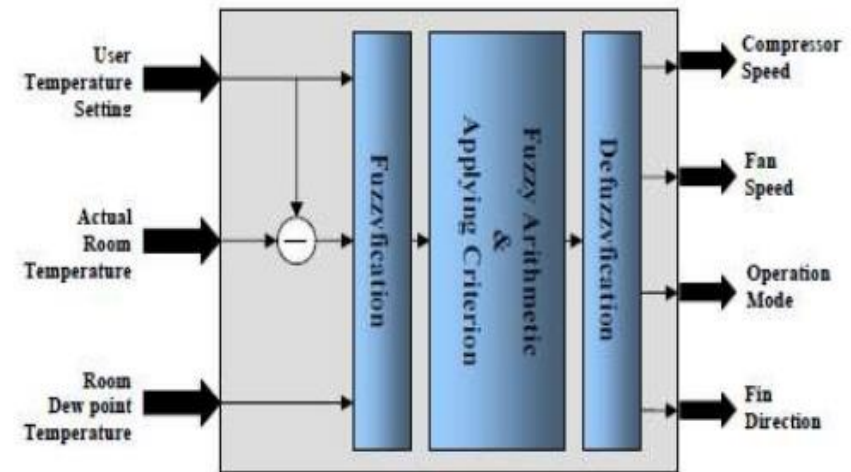
# SISTEM PENGONTROL AC



## Air Conditioner



## Block diagram for Controller :-



## Fuzzy Logic Applications

- **Aerospace**
  - Altitude control of spacecraft, satellite altitude control, flow and mixture regulation in aircraft deiceing vehicles.
- **Automotive**
  - Trainable fuzzy systems for idle speed control, shift scheduling method for automatic transmission, intelligent highway systems, traffic control, improving efficiency of automatic transmissions

## Fuzzy Logic Applications

- **Business**
  - Decision-making support systems, personnel evaluation in a large company
- **Chemical Industry**
  - Control of pH, drying, chemical distillation processes, polymer extrusion production, a coke oven gas cooling plant

## Fuzzy Logic Applications

- Defense
  - Underwater target recognition, automatic target recognition of thermal infrared images, naval decision support aids, control of a hypervelocity interceptor, fuzzy set modeling of NATO decision making.
- Electronics
  - Control of automatic exposure in video cameras, humidity in a clean room, air conditioning systems, washing machine timing, microwave ovens, vacuum cleaners.

## Fuzzy Logic Applications

- Financial
  - Banknote transfer control, fund management, stock market predictions.
- Industrial
  - Cement kiln controls heat exchanger control, activated sludge wastewater treatment process control, water purification plant control, quantitative pattern analysis for industrial quality assurance, control of constraint satisfaction problems in structural design, control of water purification plants

## Fuzzy Logic Applications

- **Manufacturing**
  - Optimization of cheese production.
- **Marine**
  - Autopilot for ships, optimal route selection, control of autonomous underwater vehicles, ship steering.
- **Medical**
  - Medical diagnostic support system, control of arterial pressure during anesthesia, multivariable control of anesthesia, modeling of neuropathological findings in Alzheimer's patients, radiology diagnoses, fuzzy inference diagnosis of diabetes and prostate cancer.

## Fuzzy Logic Applications

- **Mining and Metal Processing**
  - Sinter plant control, decision making in metal forming.
- **Robotics**
  - Fuzzy control for flexible-link manipulators, robot arm control.
- **Securities**
  - Decision systems for securities trading.



## Fuzzy Logic Applications

- **Signal Processing and Telecommunications**
  - Adaptive filter for nonlinear channel equalization control of broadband noise
- **Transportation**
  - Automatic underground train operation, train schedule control, railway acceleration, braking, and stopping



**Terima Kasih**  
**Mohon MAAF atas semua kekurangan**

وَالسَّكَاةُ عَلَيْكُمْ وَرَحْمَةُ اللَّهِ وَبَرَكَاتُهُ